

一种光滑粒子流体动力学-有限元法转换算法 及其在冲击动力学中的应用

张志春, 强洪夫, 高巍然

(第二炮兵工程学院 201 室, 710025, 西安)

摘要: 为了解决冲击动力学中的大变形问题,提出了一种光滑粒子流体动力学-有限元法(SPH-FEM)转换算法,以等效 Mises 应力作为转换判据,将冲击过程中局部大变形区域的有限元网格转换为 SPH 粒子.该算法在大变形区域使用具有优势的 SPH,在小变形区域使用精度和效率更高的 FEM,为冲击动力学问题的数值计算提供了一条有效途径.使用 SPH-FEM 转换算法对圆柱形钢弹正冲击钢板发生冲塞破坏的过程进行了三维数值计算,计算结果与实验吻合较好,显示了该算法在计算精度方面的优势.在实际工程中,需要根据具体材料的失效模式,选择更加合适的转换判据.

关键词: 光滑粒子流体动力学;有限元法;转换算法;冲击

中图分类号: O347.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2011)01-0105-06

Conversion of 3D Distorted Finite Elements into SPH Particles During Impact Dynamic Deformation

ZHANG Zhichun, QIANG Hongfu, GAO Weiran

(Staff Room 201, Xi'an Hi-Tech Institute, Xi'an 710025, China)

Abstract: An algorithm to automatically convert 3D distorted finite elements into SPH (smoothed particle hydrodynamics) particles is proposed, which handles the problems with extreme distortions in impact dynamics. Mises stress criterion is taken, and the SPH-FEM(finite element method) conversion algorithm allows to use accurate and efficient FEM in the lower distortion regions, and SPH in the higher distortion regions. The perforation of a cylindrical steel projectile impacting a plate target is simulated in 3D using the SPH-FEM conversion algorithm. The good agreement between the computed result and the experimental observation shows the accuracy superiority of this algorithm. Corresponding conversion criterion should be chosen according to the material failure mode in engineering application.

Keywords: smoothed particle hydrodynamics; finite element method; conversion algorithm; impact

冲击侵彻过程中遇到的大变形问题是计算力学的难点,有限元中的拉格朗日方法在计算此类问题时不可避免地会遇到网格畸变和缠绕问题,造成计算无法进行下去.通常的解决方案是采用单元侵蚀

算法将严重畸变的有限元从模型中删除.尽管该方案将单元质量分配到单元节点,保证了质量守恒,但单元的体积却被删除,降低了计算精度^[1].欧拉方法可以避免网格缠绕,但要精确确定模型的自由表面、

收稿日期: 2010-07-15. 作者简介: 张志春(1982—),男,博士生;强洪夫(联系人),男,教授,博士生导师. 基金项目: 国家“973 计划”资助项目(613102030302);教育部跨世纪优秀人才培养计划资助项目(NCET-4138C2XB);第二炮兵工程学院创新性探索研究基金资助项目(KX2008172).

网络出版时间: 2010-10-19

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/61-1069_T.20101019.2058.005.html

变形边界和运动交界面等则存在困难. 光滑粒子流体动力学 (SPH)^[2-3] 是一种无网格方法, 通过使用一系列任意分布的粒子来求解相应的偏微分方程组, 得到精确稳定的数值解. 由于这是一种纯拉格朗日方法, 并且计算中不需要借助网格, 所以在处理涉及大变形、自由表面等问题时显示出明显的优势, 目前在冲击侵彻问题的数值模拟研究中得到了广泛的应用. 但是, 对于冲击动力学问题中的小变形部分, 如靶板的边缘区域, 使用 SPH 方法就存在明显劣势: 计算精度和效率均较有限元法 (FEM) 低. 同时, SPH 还具有拉伸不稳定和施加边界困难等问题, 在工程应用中受到了很大的限制. 考虑到冲击侵彻过程中大变形仅发生在局部区域, 将发生畸变的有限元转换为 SPH 粒子, 在大变形区域使用具有优势的 SPH, 在小变形区域使用精度和效率更高的 FEM, 成为计算冲击动力学问题的一种有效途径. Johnson 等人^[4-5] 在解决高速冲击问题时, 将严重畸变的有限元转换为一种无网格粒子算法——广义粒子算法 (generalized particle algorithm, GPA), 采用主面-从点的方式, 通过动量守恒、角动量守恒等条件, 调整相关节点的速度, 实现 GPA 粒子与有限元之间的固结和接触, 取得了一些有意义的成果.

本文为解决冲击侵彻过程中的大变形问题, 提出了一种 SPH-FEM 转换算法, 以等效 Mises 应力作为转换判据, 将畸变有限元转换为 SPH 粒子, 并且计算了 SPH 粒子和有限元之间的固结和接触问题. 采用 SPH-FEM 转换算法, 对圆柱形钢弹正冲击钢板导致冲塞破坏的过程进行了三维数值模拟, 并且与 SPH 方法、LS-DYNA 的计算结果及实验结果进行了对比, 显示了该转换算法在计算精度方面的优势.

1 算法流程

1.1 有限元向 SPH 粒子的转换

SPH-FEM 转换算法的思路是将畸变有限元转换为 SPH 粒子, 如图 1 所示, 图中虚线网格表示畸变的有限元, 实线圆表示 I 型 SPH 粒子 (周围部分有限元发生畸变), 虚线圆表示 II 型 SPH 粒子 (周围所有有限元均发生畸变). 采用 Mises 应力作为单元转换判据, 即当单元的 Mises 应力达到用户定义的某一参考值时, 单元自动转换为 SPH 粒子. 生成 SPH 粒子的质量、位置、速度、应力均与畸变单元相应节点的物理量保持一致, 粒子的光滑长度 h 可以按照单元质量守恒关系获得

$$h = \left(\frac{1}{N_e}\right) \sum_i^{N_e} r_{oi} \left(\frac{\rho_{0i}}{\rho_i}\right)^{1/3} \tag{1}$$

式中: N_e 表示与粒子相关联的单元数; r_0 是初始单元尺寸; ρ_0 和 ρ 分别表示初始密度和当前密度. SPH-FEM 转换算法的计算流程如图 2 所示: 对更新后的有限元进行转换依据判断, 满足转换要求的有限元转换为 SPH 粒子, 未转换的有限元与生成的 SPH 粒子分别按照各自的积分方式进行求解. 继续参与计算的 SPH 粒子与有限元之间存在着 2 类问题: ①SPH 粒子与有限元的固结; ②SPH 粒子与有限元的接触.

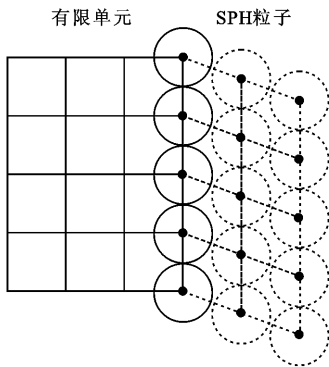


图 1 畸变有限元转换为 SPH 粒子

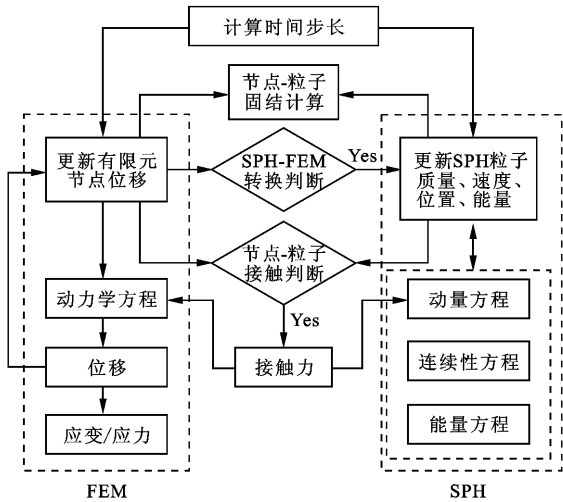


图 2 SPH-FEM 转换算法流程

1.2 SPH 粒子与有限元固结

冲击过程中靶板中心部分单元转换为 SPH 粒子后, 为确保 SPH 粒子与未畸变单元之间物理量的连续性, 需要考虑两者之间的固结问题. 本文采用的方法是将 SPH 粒子固结在有限元节点, 并且将有限元节点纳入到 SPH 粒子的邻近搜索范围, 即任何位于邻近搜索范围内的 SPH 粒子和有限元节点都被加入到 SPH 粒子的临近列表. 将 SPH 粒子的积分

方式作如下修正

$$\langle f(x_i) \rangle = \sum_{j=1}^N \left(\frac{m_i}{\rho_j} \right) f(x_j) W_{ij} + \sum_{j=1}^{N_n} \left(\frac{m_{nj}}{\rho_{nj}} \right) f(x_j) W_{ij} \quad (2)$$

式中: $f(x)$ 是被积函数; N 和 N_n 分别是 SPH 粒子 i 支持域内的 SPH 粒子数和有限元节点数; W 是 SPH 光滑核函数; m_j 和 ρ_j 分别表示 SPH 粒子 j 的质量和密度; m_{nj} 和 ρ_{nj} 分别表示有限元节点 j 的质量和密度; $\langle \rangle$ 表示核近似算子。

使用该方案处理 SPH 粒子与有限元的耦合界面时,对于 SPH 部分,由于将界面附近的有限元节点纳入到 SPH 粒子的临近列表,积分时 SPH 的支持域不会被问题域截断,因此消除了 SPH 的边界效应^[6];对于有限元部分,耦合界面的物理量由 I 型 SPH 粒子确定,相当于对有限元施加了本质边界条件,由于有限元的形函数满足 Kronecher delta 张量性质,故该方案是可行的。

1.3 SPH 粒子与有限元接触

本文采用施加接触力的方式计算冲击过程中 SPH 粒子和有限元之间的接触问题。接触力的计算借鉴无网格接触算法的思想^[7],将有限元节点视为粒子,任何位于有限元节点支持域内的 SPH 粒子都会对节点产生接触力,反之任何位于 SPH 支持域内的有限元节点也都会对粒子产生接触力。施加在 SPH 粒子和有限元节点上的接触力的计算形式为

$$c(x_i) = \sum_j^{N_{\text{cont}}} \left(\frac{m_i}{\rho_j} \right) \left(\frac{m_j}{\rho_i} \right) K n \left(\frac{W(r_{ij})^{n-1}}{W(\Delta p_{\text{avg}})^n} \right) \nabla_{x_i} W(r_{ij}) \quad (3)$$

式中: N_{cont} 表示粒子 i 支持域内属于不同体的临近粒子数(此处将有限元节点也称为粒子); r_{ij} 是粒子间距; Δp_{avg} 是粒子间光滑长度的平均值; K 和 n 是用户自定义参数。接触力的方向由 SPH 光滑核函数的梯度确定。接触力分别以外力的形式加入到 SPH 动量方程和有限元动力学方程中求解。

使用该方法计算 SPH 粒子和有限元之间的接触,可以充分利用 SPH 粒子的临近搜索列表,并且与 SPH 的求解格式保持一致。只要粒子和节点间距达到 2 倍光滑长度时,就在相关粒子和节点上施加接触力。与有限元处理接触问题的方法不同,该方法在每个时间步不需要定义接触界面和界面法线方向,可以方便地扩展到三维。

1.4 时间步长控制

如图 2 所示,在 SPH-FEM 转换算法中,有限元部分采用中心差分法求解显式动力学方程。中心差

分法是条件稳定的,即时间步长必须小于由该问题求解方程的性质所决定的某个临界值。SPH 部分采用跳蛙格式求解 Navier-Stokes 方程,时间步长与最小光滑长度成比例。在拉格朗日框架下,从有限元到 SPH 粒子的转换要求两者的积分必须是同步的,数据的传输必须是在同一时间点,这就要求在每一步计算中,SPH 和 FEM 采用相同的时间步长,在此选择 SPH 与 FEM 时间步长中的较小者

$$\Delta t_{\text{SPH-FEM}} = \min\{\Delta t_{\text{SPH}}, \Delta t_{\text{FEM}}\} \quad (4)$$

式中: SPH 时间步长 $\Delta t_{\text{SPH}} = \alpha \frac{h}{c}$, FEM 时间步长 $\Delta t_{\text{FEM}} \leq \frac{L}{c}$, 其中 h 是光滑长度, L 是最小单元尺寸, c 是材料的声速, α 是时间步长比例系数。

2 圆柱形钢弹正冲击钢板的三维数值计算

冲击侵彻是涉及到几何、材料和接触非线性的复杂动力学问题,不仅包含大应变以及不同应变率和温度条件下的应力-应变关系,而且涉及损伤和失效,很难获得精确的解析解。本文采用 SPH-FEM 转换算法对圆柱形平头钢弹正冲击钢板发生冲塞破坏的过程进行三维数值计算,其中子弹采用 Arne tool 钢,靶板采用 Weldox 460 E 钢。计算模型的尺寸如图 3 所示,子弹和靶板均采用六面体有限元离散,单

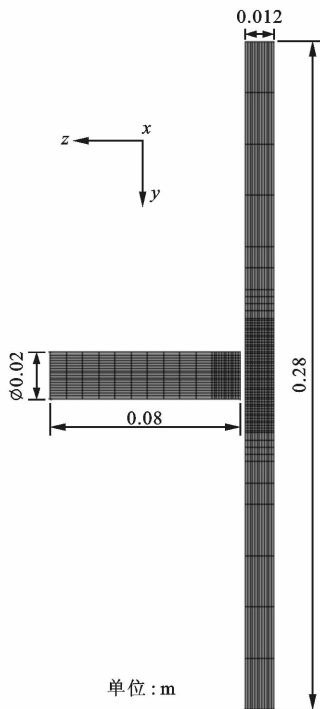


图 3 冲击模型尺寸

元总数为 42 944. 为减少计算量, 仅在子弹前端和靶板中心部位进行单元加密, 加密区域的单元尺寸为 10^{-3} m. 子弹与靶板初始间距为 2×10^{-3} m, 靶板四周采用固支边界条件, 计算时间为 160×10^{-6} s. 在 SPH 的计算过程中, 采用 Monaghan^[8] 提出的人工应力法消除 SPH 拉伸不稳定造成的数值断裂, 采用强洪夫^[9-10] 提出的完全变光滑长度法解决变光滑长度带来的影响.

靶板中心区域在冲击过程中出现大变形, 采用 Børvik 等人^[11] 提出的修正 Johnson-Cook 本构模型和 Gruneisen 状态方程; 子弹变形和损伤较小, 采用线弹性模型. 修正的 Johnson-Cook 本构模型包含线性热弹性、Mises 屈服准则、各向同性应变硬化、应变率硬化、各向同性损伤引起的软化以及失效准则, 其等效 Mises 屈服应力表示如下

$$\sigma_{eq} = (1 - D)(A + Br^n)(1 + C \ln \dot{r}^*)(1 - T^{*m})$$

(5)

式中: A 、 B 、 C 、 n 、 m 是材料常数; D 为损伤变量, $D = 0$ 表示材料没有损伤, $D = 1$ 表示材料完全失效; $T^* = \frac{(T - T_0)}{(T_m - T_0)}$ 是一致性温度, 其中 T_0 是室温, T_m 是材料熔点; r 是累积损伤塑性应变, $r = (1 - D)p$, p 是累积塑性应变; $\dot{r}^* = (1 - D)\dot{p}^*$, $\dot{p}^* = \dot{p}/\dot{p}_0$, $\dot{p}_0$ 是用户定义的参考应变率. 实际上当材料出现宏观裂纹时, 损伤变量的临界值小于 1, 失效准则可以简化为 $D = D_c \leq 1$, 其中 D_c 是损伤变量临界值. 式(5)的第 1 项描述由于损伤造成的材料性能退化, 第 2 项描述应变硬化, 第 3 项描述应变率效应, 第 4 项描述温度软化效应.

损伤演化通常与残余应变相关, 可以表示为累积塑性应变 p 的函数, 并且只有当 p 大于某一阈值时, 损伤才开始演化, 因此 Børvik 等人^[11] 提出如下损伤演化规律

$$\dot{D} = \begin{cases} 0, & p < p_d \\ \frac{p D_c}{p_f - p_d}, & p \geq p_d \end{cases}$$

(6)

表 1 靶板材料参数

弹性常数和密度			屈服应力和应变硬化			应变率硬化		损伤演化	
E/GPa	ν	$\rho/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	A/MPa	B/MPa	n	$\dot{p}_0/\text{s}^{-1}$	C	D_c	p_d
200	0.33	7 850	490	807	0.73	5×10^{-4}	0.012	0.3	0
温度软化					断裂应变常数				
$C_p/\text{J} \cdot (\text{kg} \cdot \text{K})^{-1}$	α	T_m/K	T_0/K	m	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5
452	0.9	1 800	293	0.94	0.070 5	1.732	-0.54	-0.012 3	0

式中: p_d 是损伤阈值; p_f 是断裂等效塑性应变, 与材料的应力三轴度、应变率和温度相关. Johnson 等人^[12] 提出的剪切损伤演化模型中将 p_f 描述为

$$p_f = [D_1 + D_2 \exp(D_3 \sigma^*)] \cdot (1 + D_4 \ln p^*)(1 + D_5 T^*)$$

(7)

式中: $D_1 \sim D_5$ 为材料常数; $\sigma^* = \sigma_m/\sigma_{eq}$ 为应力三轴度, 其中 $\sigma_m = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$ 为平均正应力. 靶板的材料参数见表 1. 子弹的材料参数为: $E = 200$ GPa; $\nu = 0.33$; $\rho = 7\ 838$ kg/m³.

当子弹初速 $v_0 = 285.4$ m/s 时, 数值计算结果如图 4 所示, 相关的实验结果如图 5、图 6 所示^[11]. 从中可以看出, 子弹、靶塞和靶板冲塞型破坏的计算结果均与实验结果吻合较好. 子弹变形很小, 表明数值计算中子弹选择线弹性模型是可行的. 在 $t = 7 \times 10^{-6}$ s 时, 子弹与靶板接触并开始减速, 子弹正前方靶板开始加速. 靶板与子弹边缘接触部位有限元的 Mises 应力达到了 SPH-FEM 转换阈值, 转换为 SPH 粒子. 靶板被挤压变形, 背部出现凸起, 子弹周围的靶板出现剪切区. 在子弹正前方的压缩区和子弹周围的剪切区内, 单元应力继续增大, 转换为 SPH 粒子继续参与计算, 并且部分粒子出现损伤. 靶板变形继续增大, 粒子损伤迅速演化, 部分粒子的损伤变量达到临界值并开始失效, 裂纹逐渐向靶板背部扩展. 在冲击的后期, 失效模式同时包含靶板内部的剪切断裂和靶板背面的拉伸损伤, 最终形成 SPH 粒子形式的靶塞并完全从靶板脱离.

表 2 给出了数值计算结果与实验结果的对比, 其中 v_{pr} 表示子弹余速, v_{tr} 表示靶塞速度. 数值计算采用了 3 种算法: ① SPH-FEM 转换算法; ② SPH 算法(子弹和靶板均由 SPH 粒子离散, 采用 SPH 粒子接触算法); ③ LS-DYNA 算法^[11](子弹和靶板均由有限元离散). 对比结果显示, SPH-FEM 转换算法的计算结果与实验值吻合较好, 并且比 SPH 算法和 LS-DYNA 算法具有更高的精度.

表 2 数值计算结果与实验结果的对比

$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

序号	v_0	数值计算结果						实验结果	
		SPH-FEM		SPH		LS-DYNA		v_{pr}	v_{tr}
		v_{pr}	v_{tr}	v_{pr}	v_{tr}	v_{pr}	v_{tr}		
1	285.4	170.7	226.4	164.4	233.6			181.1	224.7
2	244.2	129.6	181.1	99.4	131.9	109	142	132.6	187.7
3	224.7	119.2	177.8	65.4	106.8	94	123	113.7	169.0

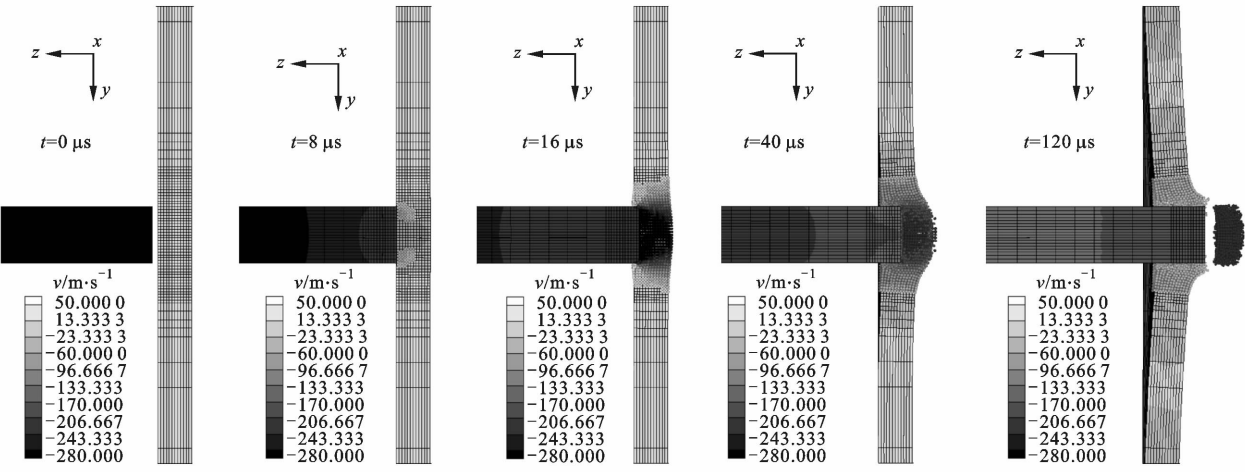


图 4 子弹侵彻钢板的模拟结果(SPH-FEM 转换算法)



图 5 冲击后的子弹和靶塞

图 6 冲击后的靶板横截面

图 7 为 SPH-FEM 转换算法模拟的不同初速情况下子弹的速度-时间历程曲线. 由曲线的斜率可知,在冲击侵彻过程中子弹和靶塞进行了多次碰撞.初次接触时,子弹前方的靶板急剧加速,子弹则急剧减速,此时靶塞速度高于子弹,之后由于靶板剪切区的限制,靶塞速度降低,与子弹再次发生碰撞,最后当靶塞从靶板完全脱离时,子弹与靶塞完成了一次 2 个自由体之间的碰撞,造成靶塞的速度高于子弹的残余速度. 由不同的子弹初速对比可知:子弹初速越高,则侵彻靶板需要的时间越短,子弹损失的动能越多.

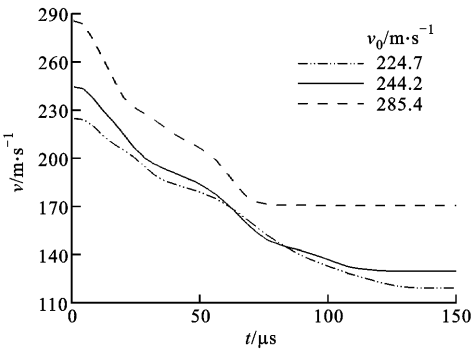


图 7 子弹的速度-时间历程曲线

3 结 论

本文考虑到冲击侵彻过程中大变形仅发生在局

部区域,提出了一种 SPH-FEM 转换算法,在计算过程中将严重畸变的有限元自动转换为 SPH 粒子,并且同时计算 SPH 粒子与有限元之间的固结和接触.

该算法在大变形区域使用具有优势的 SPH, 在小变形区域使用精度和效率更高的 FEM, 从而可为冲击动力学问题的数值计算提供一条有效的途径. 使用本文算法对冲击问题进行了三维模拟, 并且与 SPH 和 LS-DYNA 算法的计算结果以及实验结果进行了对比验证, 显示了本文算法在计算精度方面的优势.

本文提出的 SPH-FEM 转换算法以等效 Mises 应力作为判断有限元向 SPH 粒子转换的依据, 然而是否还有更为合适的转换判据, 还有待进一步深入研究. 在实际工程中, 也需要根据具体材料的失效模式, 选择更加合适的转换判据, 以进一步提高计算精度.

参考文献:

- [1] JOHNSON G R, STRYK R A, BEISSEL S R. SPH for high velocity impact computations [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1996, 139(1/4): 347-373.
- [2] LUCY L B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis [J]. Astronomical Journal, 1977, 82(12): 1013-1024.
- [3] GINGOLD R A, MONAGHAN J J. Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars [J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 1977, 181(11): 375-389.
- [4] JOHNSON G R, STRYK R A, BEISSEL S R, et al. An algorithm to automatically convert distorted finite elements into meshless particles during dynamic deformation [J]. International Journal of Impact Engineering, 2002, 27(10): 997-1013.
- [5] JOHNSON G R, STRYK R A. Conversion of 3D distorted elements into meshless particles during dynamic deformation [J]. International Journal of Impact Engineering, 2003, 28(9): 947-966.
- [6] LIU Guirong, LIU Moubin. Smoothed particle hydrodynamics: a meshfree particle method [M]. Singapore: World Scientific, 2004: 35-40.
- [7] VIGNJEVIC R, DE VUYST T, CAMPBELL J C. A frictionless contact algorithm for meshless methods [J]. ICCES, 2007, 3(2): 107-112.
- [8] MONAGHAN J J. SPH without a tensile instability [J]. Journal of Computational Physics, 2000, 159(2): 290-311.
- [9] 强洪夫, 高巍然. 修正变光滑长度 SPH 方法及其应用 [J]. 解放军理工大学学报: 自然科学版, 2007, 8(5): 419-424.

QIANG Hongfu, GAO Weiran. Modified SPH method considering full variable smoothing lengths effects and its applications [J]. Journal of PLA University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2007, 8(5): 419-424.

- [10] 强洪夫, 高巍然. 完全变光滑长度 SPH 法及其实现 [J]. 计算物理, 2008, 25(5): 569-575.
QIANG Hongfu, GAO Weiran. SPH method with fully variable smoothing lengths and implementation [J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2008, 25(5): 569-575.
- [11] BØRVIK T, LANGSETH M, HOPPERSTAD O S, et al. Ballistic penetration of steel plates [J]. International Journal of Impact Engineering, 1999, 22 (9/10): 855-886.
- [12] JOHNSON G R, COOK W H. Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures, and pressures [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1985, 21(1): 31-48.

[本刊相关文献链接]

计算网格下的高性能 MODIS 蒸散发反演研究. 西安交通大学学报, 2010, 34(10): 36-41.

一种基于非结构化网格的流体体积法界面重构方案. 西安交通大学学报, 2010, 34(9): 99-103.

基于弹簧近似的非结构化网格自适应处理方法. 西安交通大学学报, 2010, 34(9): 104-108.

采用离散粒子群算法的网格任务安全级调度. 西安交通大学学报, 2010, 34(6): 21-26.

一种三维切割网格上的 N-S 方程离散方法. 西安交通大学学报, 2010, 34(5): 15-20.

一种方向提升小波变换和网格编码量化的图像编码算法. 西安交通大学学报, 2010, 34(2): 67-71.

一种求解 N-S 方程的自适应直角网格方法. 西安交通大学学报, 2009, 33(11): 11-17.

气泡堆积法生成曲线多边形区域非结构化网格及其应用. 西安交通大学学报, 2009, 33(11): 109-113.

气泡堆积法生成局部加密非结构化网格. 西安交通大学学报, 2009, 33(9): 19-22.

一种二维贴体网格改进算法的研究. 西安交通大学学报, 2009, 33(3): 60-64.

基于气泡堆积的非结构化网格生成技术. 西安交通大学学报, 2009, 33(1): 29-33.

采用 R*-tree 的三角网格曲面非均匀精简算法. 西安交通大学学报, 2008, 32(9): 1179-1183.

算子分裂法求解旋转坐标系下不可压黏性流动. 西安交通大学学报, 2007, 31(7): 833-837.

(编辑 葛赵青)